

# A INFLUÊNCIA DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS NA RESISTÊNCIA DE VIGAS À ENCURVADURA LATERAL

Piloto, P.A.G.<sup>1</sup>; Mesquita, Luís M. R.<sup>2</sup>; Vaz, M.A.P.<sup>3</sup>; Vila Real, P.J.M.M.<sup>4</sup>

## RESUMO

O projecto de vigas metálicas I pode passar pela verificação do estado limite último de instabilidade por encurvadura lateral torsional (ELT), especialmente se estas não se encontrarem estranguladas lateralmente. A capacidade resistente deste tipo de elemento estrutural à ELT é influenciada pela sua esbelteza e pela existência de imperfeições (imperfeições geométricas, tensões residuais, heterogeneidade do material, etc.). As imperfeições geométricas são normalmente originadas pelo processo de fabrico, armazenagem e manuseamento.

Este trabalho apresenta a influência das imperfeições geométricas na resistência à ELT, através da imposição de uma rotação inicial e deslocamento lateral da secção transversal, em vigas IPE100 sujeitas a um estado de flexão uniforme. Estas imperfeições, de forma sinusoidal, são analisadas de modo independente e em combinação com diferentes amplitudes máximas a meio vão.

São efectuadas várias análises numéricas, para diferentes valores de esbelteza, com modelos de elementos finitos do tipo casca, com capacidade de análise não linear geométrica e material, baseado numa formulação de grandes deslocamentos.

Das análises efectuadas verifica-se que a redução da resistência à encurvadura, devido à existência de imperfeições iniciais, é maior para o caso da imperfeição com deslocamento lateral em comparação com a imperfeição de rotação da secção. Esta redução é mais significativa para valores de esbelteza intermédia.

## 1 INTRODUÇÃO

Todos os elementos estruturais exibem imperfeições devidas ao processo de fabrico, transporte, armazenagem e método de construção<sup>[1]</sup>.

A encurvadura lateral torsional (ELT) é caracterizada pela existência de um deslocamento lateral que ocorre em simultâneo com uma rotação da secção transversal. Este

<sup>1</sup> Professor Coordenador, DMA-ESTIG, Instituto Politécnico de Bragança.

<sup>2</sup> Assistente, DMA-ESTIG, Instituto Politécnico de Bragança.

<sup>3</sup> Professor Associado, DEMEGI – FEUP, Universidade do Porto.

<sup>4</sup> Professor Catedrático, DEC, Universidade de Aveiro.

fenómeno de instabilidade está associado à configuração de deformada do elemento, pelo que a existência de imperfeições iniciais alteram a sua resistência à encurvadura. Como estas imperfeições se encontram no domínio das tolerâncias de fabrico, não são geralmente visíveis, não podendo ser precisamente quantificadas antes da sua utilização. No entanto devem ser contabilizadas no processo de dimensionamento de uma forma apropriada<sup>[2]</sup>.

A teoria de estabilidade de elementos estruturais com imperfeições foi considerada e estabelecida inicialmente por Thomas Young<sup>[3]</sup>. Ayrton e Perry<sup>[4]</sup> introduziram o conceito de imperfeição geométrica global que continua a ser utilizado em diversos códigos de projecto de estruturas.

O fenómeno de instabilidade no domínio elástico foi estudado por Timoshenko e Gere<sup>[5]</sup>, apresentando soluções para o valor de carga crítica de encurvadura para diferentes carregamentos e condições fronteira. O comportamento de elementos de viga com imperfeições iniciais (deslocamento e rotação) foi estudado por Trahair<sup>[6]</sup>, apresentando soluções analíticas para o deslocamento e rotação destes elementos, em função da amplitude da imperfeição, no domínio elástico, no seguimento de outros estudos efectuados na década de 50 por Flint, Horne e Massey.

Mais recentemente, Greiner et al<sup>[7,8]</sup>, viriam a propor as novas fórmulas de projecto para encurvadura lateral torsional na versão do Eurocódigo 3 part 1.1<sup>[9]</sup>, baseadas em resultados numéricos obtidos com diferentes casos de carga e propriedades do material. As expressões propostas permitem englobar todos os casos em três curvas de encurvadura (b, c, d) definidas com o objectivo de se obter uma boa aproximação, relativamente aos valores numéricos, na gama de esbelteza intermédia ( $\bar{\lambda}_{LT} = 1.0$ )<sup>[7]</sup>.

Neste estudo é apresentada a influência das imperfeições geométricas iniciais no comportamento de vigas IPE100 sujeitas a flexão uniforme. São consideradas as imperfeições ao nível do deslocamento lateral e de rotação da secção, analisando-as de forma independente e em combinação.

Outro tipo de imperfeições, como tensões residuais, heterogeneidade do material ou imperfeições locais não são consideradas neste estudo.

## 2 ENCURVADURA LATERAL TORSIONAL DE VIGAS

Quando uma viga é sujeita à flexão segundo o eixo mais resistente, ver a figura 1, um dos banzos é comprimido. Se este não se encontra constrangido lateralmente, este fenómeno de instabilidade (ELT) pode ocorrer.

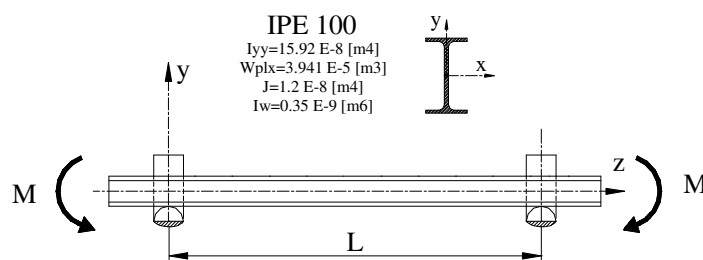


Fig.1. Viga simplesmente apoiada sujeita a flexão uniforme.

No domínio elástico, a encurvadura lateral torsional ocorre para um valor crítico do momento aplicado,  $M_{cr}$ , correspondente ao valor máximo da tensão de compressão. Este valor depende de vários factores, tais como: a distribuição do momento ao longo da viga (forma do diagrama de momentos); posição das forças aplicadas relativamente ao centro geométrico da secção recta da viga; condições de fronteira (constrangimentos de flexão, torção e de empenamento). Como este fenómeno de instabilidade envolve torção e flexão

segundo o eixo mais fraco, o momento crítico é expresso em função da rigidez à torção e empenamento ( $GJ$  e  $EI_w$ ) e em função da rigidez à flexão segundo o eixo mais fraco ( $EI_y$ ), como representado na equação seguinte:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{(kL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_y} + \frac{(kL)^2 GJ}{\pi^2 EI_y}} \quad (1)$$

Esta equação é função do factor do comprimento efectivo,  $k$ , dependente das condições de apoio, e também do factor de empenamento  $k_w$ . Este último factor deverá ser igual à unidade no caso de não se verificar qualquer constrangimento ao empenamento.

O projecto deste tipo de elemento estrutural à flexão é também condicionado pela capacidade de resistência em regime plástico, normalmente para vigas compactas,  $M_{pl,y}$ , e pela instabilidade por encurvadura no regime elástico, normalmente em vigas esbeltas, como representado na figura 2.

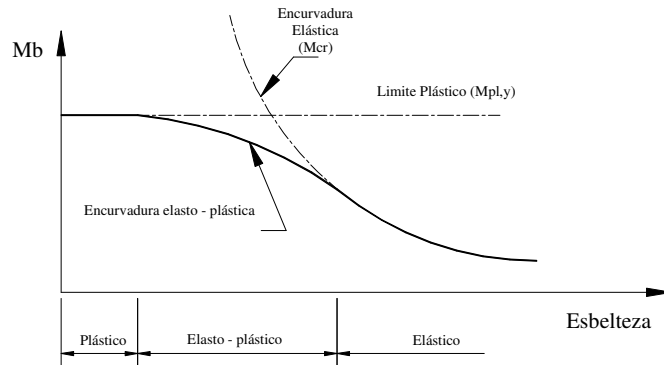


Fig. 2. Momento resistente de projecto à encurvadura lateral, função da esbelteza da viga.

O equilíbrio de uma viga sujeita à encurvadura lateral torsional é traduzido pelas seguintes equações diferenciais<sup>[4]</sup>.

$$\begin{aligned} (EI_y u'')'' + (M_x \phi'')'' &= 0 \\ (EI_w \phi'')'' - (GJ \phi')' + (M_x u'') &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

A primeira equação traduz a igualdade entre a resistência à flexão,  $(EI_y u'')''$ , e a flexão lateral,  $-(M_x \phi'')''$ , causada pela rotação da secção. A segunda equação expressa a igualdade entre a resistência interna ao empenamento e torção uniforme,  $(EI_w \phi'')'' - (GJ \phi')'$ , e o binário gerado pelo empenamento e torção da viga durante a sua deformação. Pode-se demonstrar que estas equações são satisfeitas quando é assumida uma função harmónica sinusoidal para a configuração de deformada, dada por:

$$\frac{u}{\delta} = \frac{\phi}{\theta} = \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (3)$$

Tomando o referido em consideração, deve ser considerada uma configuração similar para as imperfeições geométricas, ao nível do deslocamento lateral e da rotação da secção<sup>[10]</sup>.

O valor de projecto do momento resistente à encurvadura de uma viga, sem constrangimentos laterais, deve ser obtido pela equação 4, de acordo com<sup>[9]</sup>:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_y / \gamma_{M1} \quad (4)$$

O momento resistente à encurvadura, para perfis laminados, deverá ser determinado em função dos factores da tabela 1.

Tabela 1 – Resistência à encurvadura para elementos sujeitos à flexão.

FACTOR	EC3 – PERFIS LAMINADOS <sup>[9]</sup>
$\chi_{LT}$	$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0.5}}$ , com $\begin{cases} \chi_{LT} \leq 1 \\ \chi_{LT} \leq 1/\bar{\lambda}_{LT}^2 \end{cases}$
$W_y$	secções rectas classe 1 ou 2: $W_{pl,y}$
$\phi_{LT}$	$\phi_{LT} = 0.5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2]$
$\bar{\lambda}_{LT}$	$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{W_y f_y / M_{cr}}$
$\bar{\lambda}_{LT,0}$	Valor máximo de 0.40
$\beta$	Valor mínimo de 0.75
$h/b$	$h/b \leq 2$ , secção IPE100, curva “b”
$\alpha_{LT}$	Curva b: $\alpha_{LT} = 0.34$

$\chi_{LT}$  representa o factor de redução para a encurvadura lateral torsional,  $W_{pl,y}$  representa o módulo plástico da secção transversal,  $f_y$  a tensão de cedência do material e  $\gamma_{M1}$  o factor parcial de segurança.

O coeficiente  $\phi_{LT}$  depende do factor de imperfeição  $\alpha_{LT}$  (contabiliza todas as imperfeições) e tem em consideração o valor mínimo de esbelteza adimensional  $\bar{\lambda}_{LT,0}$  para verificação deste estado limite ( $\bar{\lambda}_{LT,0} \leq 0.4$ ).

O momento resistente para a secção recta em estudo, submetida ao estado de flexão, depende de módulo plástico da secção, da tensão de cedência e de um factor parcial de segurança  $\gamma_{M0}$ .

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} \quad (5)$$

### 3 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS

As imperfeições geométricas consideradas na análise de elementos estruturais podem ser agrupadas em imperfeições globais e locais. Estas imperfeições locais, como a distorção da secção recta, falta de esquadria e deformações da alma e do banzo, têm uma maior influência na resistência de secções transversais esbeltas, originando fenómenos de instabilidade locais. Para elementos cuja secção transversal é compacta, são as imperfeições globais que mais influenciam a resistência à encurvadura lateral. Exemplos destas imperfeições são o deslocamento lateral e a rotação da secção transversal, ver figura 3.

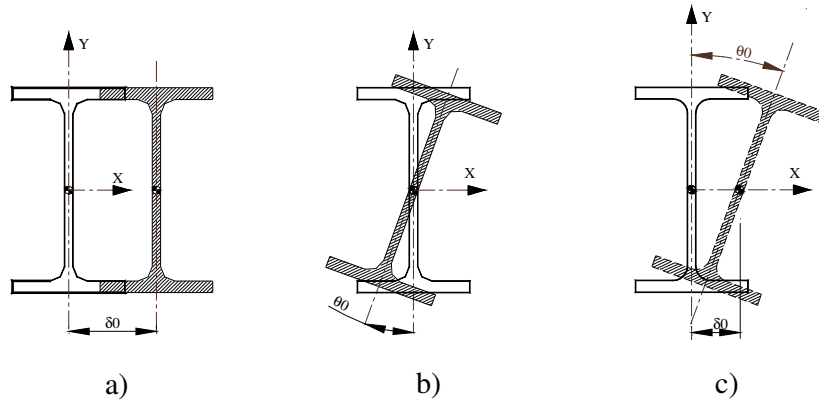


Fig. 3. Imperfeições da secção recta a meio vão da viga. a) Deslocamento lateral. b) Rotação da secção. c) Deslocamento lateral e rotação.

De acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.1<sup>[9]</sup> as imperfeições existentes num elemento estrutural podem ser substituídas por uma única imperfeição geométrica equivalente, que para a secção recta em estudo é determinada pela expressão  $\delta_0 = k \cdot e_{0,d}$ . O factor  $e_{0,d}$  representa a imperfeição lateral equivalente ( $L/200$ ), sendo recomendado um valor de  $k = 0.5$ .

### 3.1 Imperfeição ao nível do deslocamento lateral

A existência de uma imperfeição inicial de deslocamento lateral provoca um momento de flexão secundário, quando é exercida a carga de compressão, levando a um aumento do deslocamento por flexão, que por sua vez aumenta o braço do mesmo momento. Neste processo é possível estabelecer o equilíbrio da configuração de deformada até que os esforços internos não excedem o momento interno resistente.

Considerando a imperfeição geométrica de variação sinusoidal, equação 6, foram analisadas imperfeições de amplitude máxima iguais a  $\delta_0 = L/2000$ ,  $\delta_0 = L/1000$ ,  $\delta_0 = L/500$ ,  $\delta_0 = L/333.33$ , obtidas através das tolerâncias de fabrico<sup>[11]</sup> e demais literatura<sup>[12]</sup>, correspondendo a um aumento de 100%, 300% e 500%, relativamente ao valor da menor amplitude. É ainda analisada a imperfeição geométrica equivalente proposta pelo Eurocódigo ( $\delta_0 = L/400$ ).

$$u(z) = \delta_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (6)$$

### 3.2 Imperfeição ao nível da rotação lateral

Considerando a mesma variação para a rotação inicial da secção transversal, foi utilizada a função sinusoidal de acordo com equação 7.

$$\phi(z) = \theta_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (7)$$

Os valores das imperfeições estudadas são,  $\theta_0 = L/500.0$ ,  $\theta_0 = L/250.0$ ,  $\theta_0 = L/125.0$ ,  $\theta_0 = L/83.3$ , baseados em imperfeições combinadas<sup>[13]</sup>, por forma a se obter o mesmo incremento relativo, comparativamente ao tipo de imperfeição anterior.

## 4 MODELO NUMÉRICO

Todas as simulações numéricas foram efectuadas com o programa SAFIR, desenvolvido na Universidade de Liège, especialmente dedicado ao estudo de estruturas sob a acção do fogo, utilizando não linearidade geométrica e material, SAFIR2002 free<sup>[14]</sup>. O modelo numérico foi analisado com elementos finitos de casca com seis graus de liberdade por nó adequados à modelação de superfícies estruturais planas, empenadas, finas a moderadamente espessas.

A secção transversal foi modelada a partir da superfície média do perfil e o modelo material utiliza um comportamento elasto - plástico, baseado no Eurocódigo 3<sup>[9]</sup>, com uma tensão de cedência igual a 500 [MPa].

As condições de apoio foram modeladas numericamente através de apoios de forquilha nas extremidades da viga, impedindo o deslocamento lateral e a rotação da secção, mas permitindo o empenamento da mesma. Devido ao comportamento não linear geométrico e material foi utilizado um procedimento incremental e iterativo de resolução.

Para se obterem resultados comparativos sobre a influência das imperfeições geométricas iniciais foram efectuadas três grupos de análises. Um com imperfeição lateral, o segundo com imperfeição de rotação e um último grupo combinando estes dois tipos de imperfeição, ver figura 4.

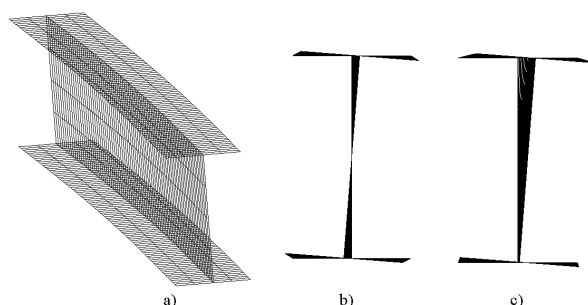


Fig. 4. Malha incluindo as imperfeições iniciais. a) Deslocamento lateral. b) Rotação da secção. c) Imperfeições combinadas.

Serão apresentados vários resultados de simulações efectuadas em elementos de vigas, no domínio elástico e elasto - plástico, para diferentes valores de esbelteza adimensional e com diferentes valores de imperfeição sob a acção de um estado de flexão uniforme.

## 5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Quando uma análise de estabilidade elasto - plástica de estruturas metálicas é efectuada, pode-se assumir como suficiente, a aplicação de cargas através de um processo incremental até ao momento último, quando a capacidade resistente é atingida, utilizando como resultado o valor do cálculo dos esforços internos para verificar a resistência da secção transversal e a resistência à encurvadura destes elementos<sup>[9]</sup>.

O momento foi modelado pela aplicação de cargas axiais em ambas as extremidades, sendo o momento numérico resistente,  $M_{SAFIR}$ , o valor correspondente ao último incremento em que foi possível estabelecer o equilíbrio da viga.

Representando a capacidade resistente à encurvadura por  $M_{b,Rd}/M_{c,Rd}$  e  $M_{SAFIR}/M_{c,Rd}$ , para diferentes valores de esbelteza adimensional, verifica-se que a

resistência da viga depende do valor da imperfeição inicial de deslocamento lateral, como se mostra na figura 5.

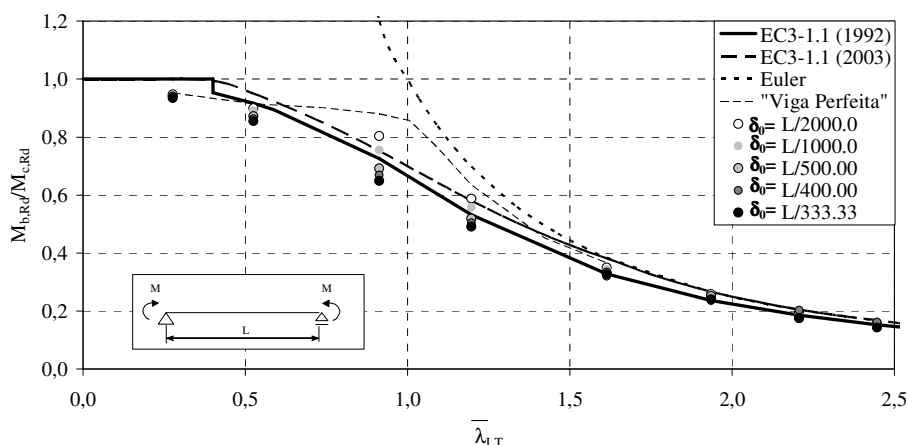


Fig. 5. Momento resistente com imperfeição de deslocamento lateral.

Para vigas de esbelteza intermédia,  $0.5 \leq \bar{\lambda}_{LT} \leq 1.5$ , a diferença entre os resultados numéricos e a curva de projecto, presente no Eurocódigo 3, é significativa. Para vigas compactas e vigas esbeltas a existência de um deslocamento lateral inicial tem pouca relevância no valor de projecto à encurvadura, ao contrário do que se passa para vigas de esbelteza intermédia.

O valor do momento resistente à encurvadura lateral torsional, obtido numericamente, também depende da rotação inicial da secção e da esbelteza da viga, conforme se representa na figura 6.

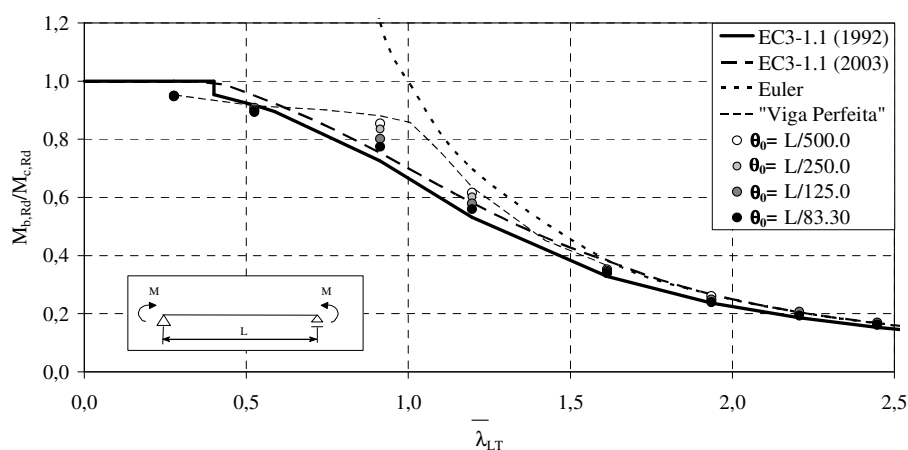


Fig. 6. Momento resistente com rotação sinusoidal da secção.

A diferença dos resultados numéricos em relação ao Eurocódigo 3 é mais conservativa para valores de esbelteza intermédios, próximo de  $\bar{\lambda}_{LT} = 1$ .

A figura 7 representa o efeito de ambas as imperfeições, combinando os valores máximos e mínimos de deslocamento lateral e de rotação inicial.

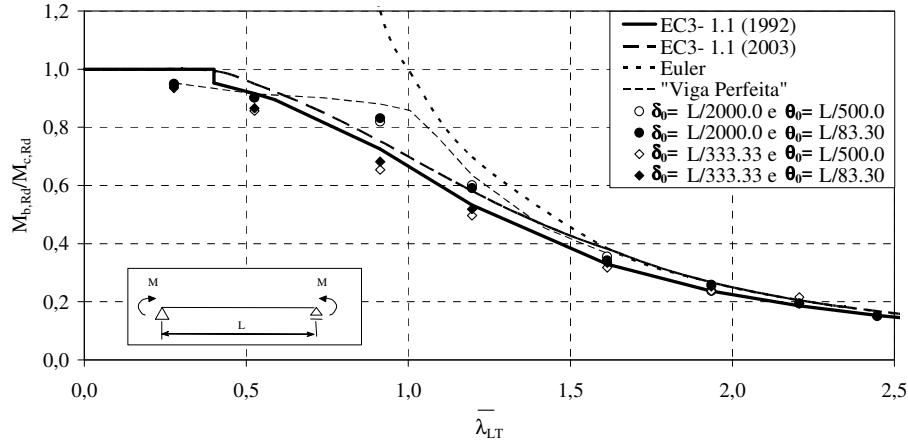


Fig. 7. Momento resistente com deslocamento lateral e rotação sinusoidal da secção.

As figuras 6 e 7 mostram que, para vigas de esbelteza intermédia, a existência de um baixo valor de deslocamento lateral em conjunto com uma baixa rotação da secção originam uma maior redução da resistência à encurvadura do que somente com rotação. Embora os resultados numéricos mostrem que, para baixos valores de esbelteza, o momento resistente é inferior ao obtido pelo Eurocódigo 3, é conhecido que a resistência plástica da secção subestima a capacidade resistente, dos elementos na gama de esbelteza  $\bar{\lambda}_{LT} = 0.3$  a  $0.4$ , em média 14 %<sup>[15]</sup>.

Na figura 8 encontra-se representado o deslocamento lateral das vigas com um valor de esbelteza adimensional  $\bar{\lambda}_{LT} = 1.20$ . O sentido do deslocamento lateral depende da natureza da imperfeição geométrica, verificando-se um deslocamento da viga em sentido negativo quando existe uma rotação inicial, à semelhança dos resultados apresentados por Trahair<sup>[6]</sup> no domínio elástico. Mesmo quando existe um deslocamento lateral inicial, o comportamento da viga é influenciado pela presença de uma rotação inicial. Para as vigas mais imperfeitas, existe um deslocamento lateral na fase inicial da aplicação da carga, aumentando rapidamente quando este se aproxima do valor máximo resistente da viga. Como seria de esperar, o momento resistente diminui com o aumento da imperfeição lateral.

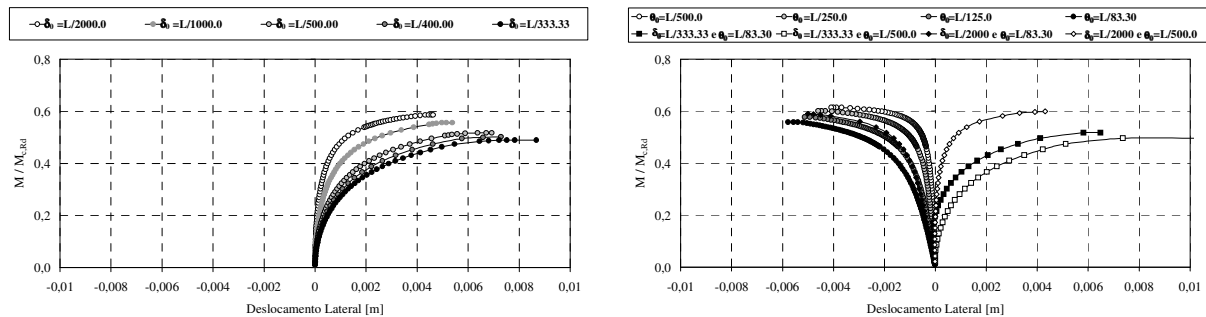


Fig. 8. Deslocamento lateral versus momento resistente à encurvadura adimensional,  $\bar{\lambda}_{LT} = 1.20$ .

O Eurocódigo 3 estabelece que, para perfis laminados, os parâmetros  $\bar{\lambda}_{LT,0}$  e  $\beta$  possam ser definidos em anexos nacionais, obedecendo aos valores recomendados (ver tabela 1). Os valores destes factores, apresentados na tabela 2, resultam das simulações efectuadas e do respectivo ajustamento seguro no intervalo de esbelteza  $0.5 \leq \bar{\lambda}_{LT} \leq 1.5$ .



Tabela 2. Factores obtidos pelos resultados numéricos.

Tipo de imperfeição e magnitude		Valor do factor $\bar{\lambda}_{LT,0} \leq 0.4$	Valor do factor $\beta \geq 0.75$
Deslocamento lateral inicial	$\delta_0 = L/2000.0$	0.40	0.75
	$\delta_0 = L/1000.0$	0.40	0.83
	$\delta_0 = L/500.00$	0.34	0.93
	$\delta_0 = L/400.00$	0.21	0.93
	$\delta_0 = L/333.33$	0.12	0.93
Rotação inicial	$\theta_0 = L/500.00$	0.40	0.75
	$\theta_0 = L/250.00$	0.40	0.75
	$\theta_0 = L/150.00$	0.40	0.76
	$\theta_0 = L/83.300$	0.40	0.82
Imperfeições acopladas	$\delta_0 = L/2000.0$ e $\theta_0 = L/500.00$	0.40	0.75
	$\delta_0 = L/2000.0$ e $\theta_0 = L/83.300$	0.40	0.75
	$\delta_0 = L/333.33$ e $\theta_0 = L/500.00$	0.12	0.90
	$\delta_0 = L/333.33$ e $\theta_0 = L/83.300$	0.21	0.86

Para que os resultados numéricos dos elementos pouco esbeltos se considerem seguros será necessário diminuir o valor de  $\bar{\lambda}_{LT,0}$ . Relativamente aos resultados correspondentes à imperfeição geométrica equivalente, é necessário adoptar os valor de  $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0.21$  e  $\beta = 0.93$ .

Considerando  $(\delta_0)_{li}$  e  $(\theta_0)_{li}$  as imperfeições geométricas de menor amplitude e  $(M_{SAFIR})_{li}$  o momento resistente correspondente, é possível estabelecer uma comparação relativa entre os resultados numéricos, conforme o apresentado na tabela 3.

Tabela 3. Influência do aumento da imperfeição na redução da resistência à encurvadura.

Tipo de imperfeição e magnitude		Aumento relativo de imperfeição	Redução da resistência à encurvadura $\bar{\lambda}_{LT} = 0.91$	Redução da resistência à encurvadura $\bar{\lambda}_{LT} = 1.20$
		$[(\delta_0)_n - (\delta_0)_{li}] / (\delta_0)_{li}$	$[(M_{SAFIR})_n - (M_{SAFIR})_{li}] / (M_{SAFIR})_{li}$	$[(M_{SAFIR})_n - (M_{SAFIR})_{li}] / (M_{SAFIR})_{li}$
Deslocamento lateral inicial	$\delta_0 = L/2000.0$	-	-	-
	$\delta_0 = L/1000.0$	100 %	-6 %	-5 %
	$\delta_0 = L/500.00$	300 %	-14 %	-12 %
	$\delta_0 = L/400.00$	400 %	-17 %	-14 %
	$\delta_0 = L/333.33$	500 %	-19 %	-17 %
Rotação inicial	$\theta_0 = L/500.00$	-	-	-
	$\theta_0 = L/250.00$	100 %	-2 %	-2 %
	$\theta_0 = L/150.00$	300 %	-6 %	-6 %
	$\theta_0 = L/83.300$	500 %	-9 %	-9 %

A tabela 3 mostra que, para se obter a mesma percentagem de redução do valor de resistência à encurvadura, é necessário um maior aumento percentual da imperfeição da rotação inicial em comparação com o deslocamento lateral.

## 6 CONCLUSÕES

Foi apresentado um procedimento numérico para se determinar a influência das imperfeições geométricas no momento resistente à encurvadura, necessário para a verificação do estado limite último de vigas sem restrições laterais.

O momento resistente depende da imperfeição geométrica existente na viga, especialmente para valores de esbelteza intermédios. Para vigas compactas e esbeltas, a variação das imperfeições iniciais têm pouca influência na capacidade resistente.

A variação do momento resistente provocada pela imperfeição com rotação inicial é menos significativa do que a variação provocada pelo deslocamento lateral.

O sentido do deslocamento lateral da viga depende do tipo de imperfeições existentes, verificando-se que a existência de uma rotação e deslocamento lateral inicial podem provocar a inversão desse mesmo sentido.

Os resultados numéricos obtidos para o valor da imperfeição geométrica equivalente não se encontram seguros relativamente à curva do Eurocódigo 3, situação que poderá ser corrigida com um valor de  $k$  inferior, na expressão  $\delta_0 = k.e_{0,d}$ .

## 7 REFERÊNCIAS

- [1] Sá Marques, C. M. C. F.; Rondal, J.; “Effet des Imperfections sur les Phénomènes d’Instabilité des Structures en Acier”; Annales de L’Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics; N° 451, Serie: Théories et Methodes de Calcul 287; Janvier, 1987.
- [2] ESDEP Society, “European Steel Design Education Programme”; CD-Electronic version.
- [3] Young, T.; “A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts”; J. Johnson, London; 1807.
- [4] Trahair N.S.; “Flexural – Torsional Buckling of structures”; E&FN SPON – Chapman & Hall; London; 1993.
- [5] Timoshenko, Stephen P; Gere, J.M.; “Theory of elastic stability”; McGraw-Hill international editions, 2<sup>nd</sup> edition; New York; 1961.
- [6] Trahair, N. S.; “Deformations of geometrically imperfect beams”; Journal of Structural Division, proceedings of the ASCE; ST 7, pp. 1475, 1496; July; 1969.
- [7] Greiner, R.; Salzgeber, G.; Ofner, R.; “New lateral torsional buckling curves  $\chi_{LT}$  - numerical simulations and design formulae”; ECCS TC8 report 30; June, 2000.
- [8] Greiner, R.; Ofner, R.; Salzgeber, G.; “TC8 – Proposal of level 1- formulae for prEN 1993-1-1”, July, 2001.
- [9] CEN prEN 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; Stage 49 – draft; May 2003.
- [10] Jepteur, P.; Rondal, J., Maquoi, R.; “Sur L’Instabilité par Deversement des Poutres Imparfaites”; Annales du 1er Congrès National de Mécanique Théorique et Appliquée, Bruxelles, pp. 92-95, Mai 1987.
- [11] Arbed Group; “Sales programme”; 3<sup>rd</sup> edition; Luxembourg; 2001.
- [12] Fukumoto, Yuhshi; “Structural Stability Design – Steel and Composite Structures”; Pergamon – Elsevier; 1<sup>st</sup> edition; UK; 1997.
- [13] Braham, Marc; Hanikenne Dominique; “Lateral Buckling of Web Tapered Beams: an Original Design Method Confronted with a Computer Simulation”; J. Constructional Steel Research - Elsevier; Volume 27; pp. 23-36; England; 1993.
- [14] Franssen, J-Marc; Kodur, V.K.R.; Manson, J.; «Users manual for SAFIR 2001 free – A computer program for analysis of structures submitted to the fire”; U. Liège, N.R.C.C., S.K.M.; April 2002.
- [15] Greiner, R.; “Recent Developments of the New Rules for Member Stability in Eurocode 3”; ECCS TC8, Technical report , Budapest, 2002.